Prace Naukowe Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Częstochowie
Matematyka II, Częstochowa 1996

O zupełności pewnych kategorii grafów pokolorowanych i gier abstrakcyjnych

Elżbieta Rychlik

Wstęp. W pracy A. Wiweger [3] zostały zdefiniowane różne kategorie gier abstrakcyjnych. Celem niniejszej pracy jest udowodnienie, że kategoria Ga_1 gier oznaczana dalej symbolem Ga_1 jest zupełna.

Opisane zostały konstrukcje produktu, koproduktu, ekwalizatora i koekwalizatora w kategoriach Cgr_1, Cgr_2 grafów pokolorowanych oraz w kategorii Ga_1. Zupełność kategorii Ga_2 będzie tematem następnej pracy.

W dalszym ciągu używać będziemy pojęć i oznaczeń stosowanych w pracy Z. Semadeni i A.Wiwegera[1] oraz w pracy A. Wiweger[3].

Będziemy też stosować następujący zapis:
Jeżeli $f : A \to B$ i $g : A \to B$ są morfizmami kategorii **C**, to $h = eq_C(f,g)$, $h = coeq_C(f,g)$ oznacza, że h jest ekwalizatorem (koekwalizatorem) pary (f,g) w kategorii **C**. W przypadku kategorii **Ens** symbol kategorii opuszczamy.

Niezdefiniowane w pracy pojęcia i oznaczenia są wyjaśnione w pracy A. Wiweger [1].

1. Zupełność kategorii Cgr_1 i Cgr_1 grafów pokolorowanych

Definicja

Grafem pokolorowanym (krótko: grafem) nazywamy trójkę (X, D, ρ) gdzie X i D są zbiorami a $\rho : D \to Pow(X \times X)$ jest funkcją.

Definicja

Morfizmem pierwszego rodzaju (krótko: (1)-morfizmem) grafów pokolorowanych z $G = (X, D, \rho)$ do (X', D', ρ') nazywamy parę funkcji

$f_X : X \to X'$, $f_D : D \to D'$ spełniających warunek (1) :

$(x_1, x_2) = \rho(d) \Rightarrow (f_X(x_1), f_X(x_2)) \in \rho'(f_D(d)$

dla dowolnych $d \in D$, $x_1, x_2 \in X$.

Niech Cgr_1 oznacza kategorię, której obiektami są grafy pokolorowane a strzałkami są (1)-morfizmy grafów pokolorowanych, składanie strzałek jest określone w sposób oczywisty ([3]).

Twierdzenie

Kategoria Cgr_1 jest zupełna ze względu na początki i końce dowolnych diagramów.

Dowód. Wiadomo, że kategoria zupełna ze względu na produkty i ekwalizatory (koprodukty i koekwalizatory) jest zupełna ze względu na początki (końce) dowolnych diagramów (por. tw. 3.6.9-[1]). Wystarczy zatem pokazać, że kategoria Cgr_1 jest zupełna ze względu na produkty, koprodukty, ekwalizatory, koekwalizatory.

1. Produkty i koprodukty

Niech $(X_t, D_t, \rho_t)_{t\in T}$ będzie rodziną grafów pokolorowanych. Produktem tej rodziny jest graf (X, D, ρ) z rodziną projekcji $(pr_t)_{t\in T}$ określony następująco:

$$X = \prod_{t\in T} X_t,\ D = \prod_{t\in T} D_t,\ \rho : \to Pow(X \times X)$$

$$\rho((d_t)_{t\in T}) := \{((x_t)_{t\in T}, (y_t)_{t\in T}) : (x_t, y_t) \in \rho_t(d_t)\}$$

$pr_t := (pr_{X,t}, pr_{D,t})$, gdzie $pr_{X,t}, pr_{D,t}$ - projekcje

Koproduktem danej rodziny jest graf (X, D, ρ) z rodziną $(U_t)_{t\in T}$ określony następująco:

$$X := \bigcup_{t\in T} X_t \times \{t\},\ D := \bigcup_{t\in T} D_t \times \{t\},$$

$$\rho((d,t)) := \{((x_1, t), (X_{@}, t)) : (x_1, x_2) \in \rho_t(d)\}$$

$$u_t := (u_{X,t}, u_{D,t}),\ u_{X,t}(x) := (x,t),\ u_{D,t}(d) := (d,t).$$

2. Ekwalizatory i koekwalizatory

Niech *f,g* będzie parą równoległą (1) - morfizmów z (X, D, ρ) do (X', D', ρ'). Określam graf pokolorowany (X_E, D_E, ρ_E) oraz (1) - morfizme z (X_E, D_E, ρ_E) do (X, D, ρ) następująco:

$$X_E := \{x \in X : f_X(x) = g_X(x)\},$$

$$D_E := \{d \in D : f_D(d) = g_D(d)\},$$

$$\rho_E(d) := \{(x, y) \in X_E \times X_E : (x, y) \in \rho(d)\},$$

$e := (e_X, e_d)$, gdzie $e_X : X_E \to X$, $e_d : D_E \to D$

są zanurzeniami identycznościowymi.

Tak określony (1) - morfizm jest ekwalizatorem *(f,g)*. Wynika to z konstrukcji ekwalizatorów w kategorii Ens dla pary (f_X, g_X), (f_D, g_D).

Konstrukcja koekwalizatora jest następująca:

Niech R_X, R_D oznaczają najmniejsze relacje równoważności odpowiednio w zbiorach D',X' generowane przez zbiory

$$\{(f_X(x), g_X(x)) : x \in X\}, \{(f_D(d), g_D(d)) : d \in D\}$$

Określam graf (X_K, D_K, ρ_K) następująco:

$$X_K := \frac{X'}{R_X}, \; D_K := \frac{D'}{R_D}, \; \rho_K : D_K \to Pow(X_K \times X_K),$$

$$\rho_K([d]) := \bigcup_{d' \in [d]} \{([x_1], [x_2]) \in \frac{X'}{R_X} \times \frac{X'}{R_X} : (x_1, x_2) \in \rho'(d')\}.$$

Zdefiniujmy (1)-morfizm $k : (X', D', \rho') \to (X_K, D_K, \rho_K)$ jako parę (k_X, k_D) gdzie $k_X : X' \to X_K$, $k_D : D' \to D_K$ są suriekcjami kanonicznymi. Z określenia, relacji $\rho_K([d])$ wynika, że *k* jest (1)-morfizmem takim, że *kf=kg*. Pokażemy, że dla dowolnego grafu $k : (X'', D'', \rho'')$ oraz (1)-morfizmu $h : (X', D', \rho') \to (X'', D'', \rho'')$ spełniającego warunek *hf=hg* istnieje dokładnie jeden (1)-morfizm $h' : (X_K, D_K, \rho_K) \to (X'', D'', \rho'')$ taki, że *h'k=h* co oznacza przemienność następującego diagramu:

$$\begin{tikzcd}
(X,D,\rho) \arrow[r, shift left, "f"] \arrow[r, shift right, "g"'] & (X',D',\rho') \arrow[r, "k"] \arrow[d, "h"] & (X_K,D_K,\rho_K) \arrow[dl, "h'"] \\
 & (X'',D'',\rho'') &
\end{tikzcd}$$

Warunek $hf{=}hg$ oznacza, że $h_X f_X = h_X g_X$ oraz $h_D f_D = h_D g_D$, zatem z definicji k jako pary (k_X, k_D) gdzie k_X, k_D są koekwalizatorami w kategorii zbiorów par (f_X, g_X) oraz (f_D, g_D) wynika, że dla h_X istnieje dokładnie jeden morfizm $h'_X : X_K \to X''$, $h'_X k_X = h_X$ i dla h_D istnieje dokładnie jeden morfizm $h'_D : D_K \to D''$, $h'_D k_D = h_D$

Definiuję $h' := (h'_X h'_D)$; h' jest (1)-morfizmem, bo

$$([x_1],[x_2]) \in \rho_K([d]) \Rightarrow \bigvee_{d' \in [d]} (x_1, x_2) \in \rho'(d') \Rightarrow$$
$$\bigvee d' \in [d](h_X(x_1), h_X(x_2)) \in \rho''(h_D(d')) \Rightarrow$$
$$(h'_X([x_1]), h'_X([x_2])) \in \rho''(h'_D([d'])) = \rho''(h'_D([d'])).$$

Jednoznaczność *h'* wynika z jednoznaczności h'_X i h'_D.

Z konstrukcji ekwalizatora i koekwalizatora w kategorii Cgr_1 wynikają następujące wzory:

$$eq_{Cgr_1}(f,g) = (eq(f_X, g_X), eq(f_D, g_D))$$

$$coeq_{Cgr_1}(f,g) = (coeq(f_X, g_X), coeq(f_D, g_D))$$

Definicja

Morfizmem drugiego rodzaju ((2)-morfizmem) grafów pokolorowanych z (X, D, ρ) do (X', D', ρ') nazywamy parę funkcji $f_X : X \longrightarrow X'$, $f_D : D' \longrightarrow D$ spełniających warunek (2) :

$$(x_1, x_2) \in \rho(f_D(d)) \Rightarrow (f_X(x_1), f_X(x_2)) \in \rho'(d)$$

dla dowolnych $d \in D'$, $x_1, x_2 \in X$.

Zauważmy, że w przeciwieństwie do (1)-morfizmu druga współrzędna (2)-morfizmu jest funkcją ze zbioru D' do zbioru D.

Rozważmy kategorię Cgr_2, której obiektami są grafy pokolorowane, strzałkami są (2)-morfizmy oraz składanie określone jest w sposób oczywisty ([3]).

Twierdzenie

Kategoria Cgr_2 jest zupełna ze względu na początki i końce dowolnych diagramów.

Dowód. Analogicznie jak dla kategorii Cgr_1 należy pokazać, że kategoria Cgr_2 jest zupełna ze względu na produkty, koprodukty, ekwalizatory i koekwalizatory.

1. Produkty i koprodukty

Niech $(X_t, D_t, \rho_t)_{t\in T}$ będzie rodziną grafów pokolorowanych. Określam produkt (X, D, ρ) następująco:

$$X = \prod_{t\in T} X_t,\ D = \bigcup_{t\in T} D_t \times \{t\},\ \rho:\ D \to Pow(X \times X)$$

$$\rho((d,t)) := \{((x_t)_{t\in T'}(y_t)_{t\in T}):\ (x_t, y_t) \in \rho_t(d)\}$$

Rodzinę morfizmów $(p_t)_{t\in T}$ określam jako rodzinę par $(pr_{X,t}, u_{D,t})_{t\in T}$ gdzie $pr_{X,t}, u_{D,t}$ zdefiniowane jak w konstrukcji w kategorii Cgr_1. Koprodukt (X, D, ρ) tej rodziny określam w następujący sposób:

$$X := \bigcup_{t\in T} X_t \times \{t\},\ D := \prod_{t\in T} D_t,$$

$$\rho:\ D \to Pow(X \times X),$$

$$\rho((d_t)_{t\in T}) := \bigcup_{t\in T}\{((x,t),(y,t)):\ (x,y) \in \rho_t(d_t)\}$$

Rodzinę morfizmów $u_{t,t,T}$ określamy jako rodzinę par $(u_{X,t}, pr_{D,t})_{t\in T}$, gdzie $u_{X,t}, pr_{D,t_{t\in T}}$ określone jak w punkcie **1.** poprzedniego twierdzenia. Z definicji relacji ρ wynika, że każda z par $(pr_{X,t}, u_{D,t})$ $(u_{X,t}, pr_{D,t})$ jest (2)-morfizmem.

2. Ekwalizatory i koekwalizatory

Określam zbiory:

$$X_E := \{x \in X:\ f_X(x) = g_X(x)\},\ D_E := \frac{D}{R_D},$$

$$\rho_E([d]) := \bigcap_{d'\in[d]}\{(x_1, x_2) \in X_E \times X_E:\ (x_1, x_2) \in \rho(d')\},$$

$$e := (e_X, k_D):\ e_X: X_E \to X$$

jest zanurzeniem identycznościowym, $k_D:\ D \to \frac{D}{R_D}$ jest suriekcją kanoniczną. Tak określone e jest (2)-morfizmem, bo

$$(x_1, x_2) \in rho_E(k_D(d)) \Rightarrow (x_1, x_2) \in rho_E([d]) \Rightarrow$$

$$(x_1, x_2) \in X_E \times X_E\ \wedge\ (x_1, x_2) \in \rho(d) \Rightarrow (e_X(x_1), e_X(x_2)) \in \rho(d).$$

Należy pokazać, że dla dowolnego grafu (X'', D'', ρ'') oraz (2)-morfizmu h z (X'', D'', ρ'') do (X, D, ρ) spełniającego warunek **fh=gh** istnieje dokładnie jeden (2)-morfizm h' z (X'', D'', ρ'') do (X_E, D_E, ρ_E) taki, że następujący diagram jest przemienny

$$\begin{tikzcd}
(X_E, D_E, \rho_E) \arrow[r, "e"] & (X, D, \rho) \arrow[r, shift left, "f"] \arrow[r, shift right, "g"'] & (X', D', \rho') \\
& (X'', D'', \rho'') \arrow[ul, "h'"] \arrow[u, "h"'] &
\end{tikzcd}$$

Z warunków $f_X h_X = g_X h_X$, $h_D g_D = h_D f_D$ oraz z konstrukcji ekwalizatora i koekwalizatora dla par (f_X, g_X), (f_D, g_D) wynika, że istnieje dokładnie jeden morfizm $h'_X : X'' \to X_E$ taki, że $e_X h'_X = h_X$ oraz dokładnie jeden morfizm $h'_D : D_E \to D''$ taki, że $h'_D k_D = h_D$.

Definiuję **h'** jako parę (h'_X, h'_D). Tak określone **h'** jest (2)-morfizmem, bo

$$(x_1, x_2) \in \rho''(h'_D([d])) = \rho''(h'_D K_D(d)) = \rho''(h_D(d)) \Rightarrow$$
$$(h_X(x_1), h_X(x_2)) \in \rho(d) \Rightarrow (e_X(h'_X(x_1), e_X(h'_X(x_2))) \in \rho(d) \Rightarrow$$
$$(h'_X(x_1), h'_X(x_2)) \in \rho(d).$$

Konstrukcja koekwalizatora jest następująca:

definiuję graf (X_K, D_K, ρ_K) następująco:

$$D_K := \{d \in D' : f_D(d) = g_D(d)\},\ X_K := \frac{X'}{R_X},$$
$$S_K(d) := \{([x_1], [x_2]) : (x_1, x_2) \in rho'(d)\}.$$

Morfizm **k** określam jako parę (k_X, e_D), gdzie $e_D : D_K \to D'$ jest zanurzeniem identycznościowym a $k_X : X' \to \frac{X'}{R_X}$, jest suriekcją kanonicz ną. Tak określone **k** jest (2)-morfizmem, gdyż

$$(x_1, x_2) \in \rho'(e_D(d)) \Rightarrow (x_1, x_2) \in rho'(d) \Rightarrow ([x_1], [x_2]) \in \rho_K(d).$$

Niech (X'', D'', ρ'') będzie dowolnym grafem pokolorowanym a **h** (2)-morfizmem z (X', D', ρ') do (X'', D'', ρ'') spełniającym warunek $hf = hg$. Istnieje dokładnie jedna para (h'_X, h'_D) spełniająca warunki:

(a) $h'_X k_X = h_X$,

(b) $(h'_X(k_X(x)) = h_X(x)$,

(c) $e_D h'_D = h_D$.

$h' := (h_X, h_D)$ jest (2)-morfizmem takim, że diagram następujący jest przemienny:

$$\begin{tikzcd}
(X,D,\rho) \arrow[r, shift left, "f"] \arrow[r, shift right, "g"'] & (X',D',\rho') \arrow[r, "k"] \arrow[d, "h"'] & (X_K,D_K,\rho_K) \arrow[dl, "h'"] \\
& (X'',D'',\rho'') &
\end{tikzcd}$$

$$([x_1],[x_2]) \in \rho_K(h'_D(d)) = \rho_K(e_D h'_D(d)) \Rightarrow (x_1,x_2) \in \rho'(h_D(d)) \Rightarrow$$
$$(h_X(x_1), h_X(x_2)) \in \rho''(d) \Rightarrow (h'_X([x_1]), (h'_X([x_2])) \in \rho''(d).$$

2. Zupełność kategorii Ga_1 gier abstrakcyjnych

Definicja

Monozestawem nazywamy dowolną piątkę (A, X, Y, π, λ) gdzie A,X,Y są zbiorami, $\lambda : A \times X \to Y$, $\pi : Y \to A$ są funkcjami spełniającymi warunek $\pi(\lambda(a,x)) = a$ dla dowolnych $x \in X, a \in A$.

Definicja

Grą abstrakcyjną nazywamy siódemkę $(A, X, Y, D, \pi, \lambda, \rho)$, taką, że (A, XY, π, λ) jest monozestawem a (X, D, ρ) jest grafem pokolorowanym. Oznaczam monozestaw (graf) utworzony z gry G przez U(G) (C(G)).

Definicja

Niech G i G' będą dowolnymi grami abstrakcyjnymi. Morfizmem pierwszego rodzaju z gry G do gry G' nazywamy czwórkę (f_A, f_X, f_Y, f_D) gdzie (f_A, f_X, f_Y) jest morfizmem monozestawów z U(G) do U(G') a (f_X, f_D) jest (1) - morfizmem z C(G) do C(G').
Jeżeli f: $G \to G'$ jest (1) - morfizmem to utworzony z niego morfizm monozestawów oznaczamy przez U(f), a morfizm grafów przez C(f).

Rozważmy kategorię Ga_1, której obiektami są gry abstrakcyjne a strzałkami (1) - morfizmy gier abstrakcyjnych.

Twierdzenie

Kategoria Ga_1 jest zupełna ze względu na początki i końce dowolnych diagramów.

Dowód. Podobnie jak w poprzednich twierdzeniach wystarczy sprawdzić założenia twierdzenia 3.6.9. [1] tzn. zupełność ze względu na produkty, koprodukty, ekwalizatory i koekwalizatory. Zupełność kategorii Ga_1 ze względu na produkty i koprodukty wynika z pracy A. Wiweger [3].

1. Produkty i koprodukty

Produktem rodziny $(G_t)_{t\in T} = (A_t, X_t, Y_t, D_t, \pi_t, \lambda_t, \rho_t)$ jest gra abstrakcyjna $(A, X, Y, D, \pi, \lambda, \rho)$, gdzie

$$\begin{aligned}
&A = \textstyle\prod_{t\in T} A_t,\ X = \prod_{t\in T} X_t,\ Y = \prod_{t\in T} Y_t,\ D = \prod_{t\in T} D_t,\\
&\pi : Y \to A,\ \pi((y_t)_{t\in T}) := \pi_t(y_t),\ y_t \in Y_t,\\
&\lambda : A \times X \to Y,\ \lambda(((a_t)_{t\in T}, ((x_t)_{t\in T})) := \lambda_t(a_t, x_t),\\
&\rho : D \to Pow(X \times X),\\
&\rho((d_t)_{t\in T}) := \{((x_t)_{t\in T}), (x'_t)_{t\in T}) \in X \times X : (x_t, x'_t) \in \rho_t(d_t)\}.
\end{aligned}$$

Koproduktem rodziny $(G_t)_{t\in T}$ jest gra postaci $(A, X, Y, D, \pi, \lambda, \rho)$, gdzie

$$\begin{aligned}
&A = S_{t\in T} A_t,\ \ X = S_{t\in T} X_t,\\
&Y = S_{t\in T} Y_t + S_{t,u\in T,\ t\neq u}(A_u \times X_t),\ D = S_{t\in T} D_t,\\
&\pi : Y \to A,\ \pi\,|_{y_t} := \pi_t,\ \pi\,|_{A_u\times X_t} := pr_1,\ u \neq t,\ u, t \in T,\\
&\lambda : A \times X \to Y,\ \lambda\,|_{A_t\times X_t} := \lambda_{t_u},\ X_t \in T\lambda\,|_{A_t\times X_t} = 1_{A_t\times X_t},\ u \neq t,\\
&\rho : D \to Pow(X \times X),\ \rho\,|_{D_t} := \rho_t,\ t \in T.
\end{aligned}$$

2. Ekwalizatory i koekwalizatory

Konstrukcja ekwalizatora jest następująca.
Morfizm $e = (e_X, e_D)$, graf (X_E, D_E, ρ_E) określamy jak w konstrukcji ekwalizatora dla grafów pokolorowanych, natomiast e_Y, e_A, Y_E, A_E określamy w następujący sposób, korzystając z konstrukcji ekwalizatora w kategorii monozestawów tzn.:

$$\begin{aligned}
&X_E := \{x \in X : f_X(x) = \rho_X(x)\} \subset X,\\
&A_E := \{a \in A : f_A(a) = g_A(a)\} \subset A,\\
&Y_E := \{y \in Y : f_Y(y) = g_Y(y)\} \subset Y,\\
&D_E := \{d \in D : f_D(d) = g_D(d)\} \subset D,\\
&\lambda_E : Y_E \to A_E,\ \pi_E(y) = \pi(y),
\end{aligned}$$

$\rho_E : D_E \to Pow(X_E \times X_E),\ \rho_E(d) := \rho(d) \cap X_E \times X_E,$

e_X, e_A, e_Y, e_D - identycznościowe zanurzenia

W celu zdefiniowania koekwalizatora wprowadzamy oznaczenia i definiujemy następujące zbiory oraz relacje: R_A, R_X, R_Y, R_D najmniejsze relacje równoważności generowane odpowiednio przez zbiory

$$\{(f_A(a), g_A(a)) : a \in A\},\ \{(f_X(x), g_X(x)) : x \in X\},$$
$$\{(f_Y(y), g_Y(y)) : y \in Y\},\ \{(f_D(d), g_D(y)) : d \in D\},$$

R'_Y - najmniejsza relacja równoważności zawierająca R_Y oraz zbiory

$$H' := \{(\lambda'(b,x), \lambda'(b,x')) : (x,x') \in R_X,\ b \in A'\},$$
$$H'' := \{(\lambda'(b,x), \lambda'(b',x)) : (b,b') \in R_A,\ x \in X'\},$$

Definiuję grę $G_K = (A_K, X_K, Y_K, D_K, \pi_K, \lambda_K, \rho_K)$ gdzie

$$A_K := fracA'R_X,\ X_K := \frac{X'}{R_X},\ Y_K := \frac{Y'}{R'_Y},\ D_K := \frac{D'}{R_D},$$
$$\lambda_K : A_K \times X_K \to Y_K,\ \lambda_K([a],[x]) := \lambda'(a,x)$$
$$\pi_K : Y_K \to A_K,\ \pi_K([y]) := [pi'(y)]$$
$$\rho_K : D_K \to Pow(X_K \times X_K),\ \rho_K([d]) := \bigcup_{d' \in [d]} (\pi' \times \pi')(\rho'(d')).$$

Definiuję morfizm $k : G' \to G_K$ jako czwórkę (k_A, k_X, k_Y, k_D), gdzie k_A, k_X, k_Y, k_D są suriekcjami kanonicznymi. k jest (1) - morfizmem gier, bo (k_X, k_D) jest (1) - morfizmem grafów pokolorowanych C(G'), $C(G_K)$. Z konstrukcji koekwalizatora w kategorii Cgr_1 oraz w kategorii monozestawów ([2]) wynika, że gra G_K oraz morfizm k jest koekwalizatorem f i g.

Wniosek

Z konstrukcji ekwalizatora i koekwalizatora wynikają wzory:

$$eq_{Ga_1}(f,g) = (eq(f_A, g_A),\ eq(f_Y, g_Y),\ eq(f_D, g_Y),\ eq(f_X, g_X))$$
$$coeq_{Ga_1}(f,g) = (coeq(f_A, g_A), coeq(f_Y, g_Y), coeq(f_D, g_Y), coeq(f_X, g_X)).$$

Bibliografia

[1] Z. Semadeni, A.Wiweger: *Wstęp do teorii kategorii i funktorów, Warszawa 1978.*

[2] A. Wiweger: *On concrete categories, Dissertationes mathematicae, Warszawa 1976.*

[3] W.A.Dudek: *On medial BCI-algebras*, Prace Naukowe WSP w Częstochowie, ser. Matematyka **1** (1987), 25 – 33.

[4] A. Wiweger: *Categories of kits, coloured graphs and games in Category Theory, Aplications to Algebra, Logic and Topology, Proceedings of the International Conference held at Gummersbach, July 6-10, 1981 Lecture Notes in Mathematics 962 (1982).*

On the completion of some categories of coloured graphs and abstract games.

Elżbieta Rychlik

Abstract

The category Ga_1 of abstract games has been defind by A. Wiweger in [3]. In this paper we shall show that the category Ga_1 is complete. The constructions of products, coproducts, equalizers and coequalizers in the category Ga_1 and in some categories of coloured graphs are described.

O zupełności pewnych kategorii grafów pokolorowanych i gier abstrakcyjnych.

Elżbieta Rychlik

Streszczenie

Kategoria Ga_1 gier abstrakcyjnych została zdefiniowana przez A. Wiwegera w pracy [3]. W tej pracy pokazano, że kategoria ta jest zupełna. Opisano konstrukcji produktów, koproduktów, ekwalizatorów i koekwalizatorów w kategorii Ga_1 oraz w pewnych kategoriach grafów pokolorowanych.