

PRACE NAUKOWE

WYŻSZA SZKOŁA PEDAGOGICZNA  
W CZĘSTOCHOWIE

Redaktor  
Stanisław PODOBINSKI

Redaktor naukowy  
Piotr BOROWIK

MATEMATYKA  
II

Pod redakcją Piotra Borowika

Wiesław A. Dudek  
*Remarks on the action of the project operator* 84

Isabella M. Dudek and Wiesław A. Dudek  
*Remarks on Ricci algebras* 88

Wiesław A. Dudek and Zoran Stokich  
*Remarks on permutation groups* 92

Wiesław A. Dudek and Ronald Horrocks  
*Remarks on set-theoretic solutions of the Yang-Baxter equation* 96

Albina Stojńska  
*Semiotika i filozofia* 98

Andrzej Zbrzezny  
*On a three valued intuitionistic logic* 102



©Copyright by Wyższe Pedagogiczne Wzrosty Szkoły Pedagogicznej  
w Czestochowie, 1996-98  
ul. Warszawska 4/8, tel. (0-34) 614-1111, fax (0-34) 614-1112  
E-mail: wsp@wp.czestochowa.pl  
Druk i oprawa:  
Ośrodek Wydawniczo-Poligraficzny SIMP -  
00-603 Warszawa, ul. Emilia Piłster 9A1, tel. (0-22) 629-1111

**Recenzenci**

Beata KONIKOWSKA  
Adam OBTUŁOWICZ  
Marian SREBRNY

**Redaktor**

Stanisław PODOBIŃSKI

**Redaktor naukowy**

Piotr BOROWIK

**Komitet Redakcyjny**

Janusz BERDOWSKI, Marek CETWIŃSKI (przewodniczący), Eugeniusz GURGUL,  
Jadwiga KNOP, Adam OLECH, Ryszard OSADCZY, Jerzy PIWOWARSKI,  
Andrzej PLUTA, Stanisław PODOBIŃSKI (redaktor naczelny),  
Joanna RODZIEWICZ-GRUHN, Waldemar TYRAS



**Korektorzy**

Piotr BOROWIK  
Adam BOROWIK  
Maciej PODOBIŃSKI



**Skład i łamanie**  
Adam BOROWIK

**Projekt okładki**

Andrzej NIEKRASZ

51 (05) (082)  
378 (05) (082)

ISBN 83-7098 - 229 - 8

@Copyright by Wydawnictwo Wyższej Szkoły Pedagogicznej  
w Częstochowie, 1996-98

Wydawnictwo Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Częstochowie  
ul. Waszyngtona 4/8, tel. fax (0-34) 614-854.

Nakład: 300 egz. obj. ark. druk. 5,13.

Druk i oprawa:

Ośrodek Wydawniczo-Poligraficzny SIMP – Hanna Bicz  
00-669 Warszawa, ul. Emilii Plater 9/11, tel. 629-80-38

Spis treści

Wstęp .....	i
Teresa Biegańska	
<i>Podzbiory przybliżone zbiorów przybliżonych</i> .....	1
Elżbieta Rychlik	
<i>O zupełności pewnych kategorii grafów pokolorowanych</i> <i>i gier abstrakcyjnych</i> .....	13
Piotr Borowik	
<i>An algebraic characterization of some reducts of three-valued</i> <i>logics</i> .....	24
Piotr Borowik	
<i>Multi-valued <math>n</math>-sequential propositional logic</i> .....	33
Wiesław A. Dudek	
<i>Remarks on the axioms system for BCI-algebras</i> .....	46
Izabela M. Dudek and Wiesław A. Dudek	
<i>Remarks on BCI-algebras</i> .....	63
Wiesław A. Dudek and Zoran Stojaković	
<i>Remarks on permutable <math>n</math>-groups</i> .....	72
Wiesław A. Dudek and Ronald Rousseau	
<i>Remarks on set-theoretic relations connected with BCH-algebras</i> ...	83
Janusz Thomys	
<i>On some generalization of BCC-algebras</i> .....	89
Albina Słomska	
<i>Semiotic and didactic model of mathematical expressions</i> .....	99
Andrzej Zbrzezny	
<i>On a three-valued internal logic of programs</i> .....	105

## Wstęp

### Od redaktora naukowego

W prezentowanym zbiorze prac można wyróżnić trzy grupy tematyczne. Pierwszą z nich tworzą dwie prace rozważające zagadnienia związane z dydaktyką matematyki; druga - najbogatsza w treść - dotyczy algebry i drobnych jej zastosowań; trzecia prezentuje wyniki badań z pogranicza algebry i logiki.

W nauczaniu matematyki jednym z podstawowych zagadnień staje się kształtowanie znaczenia wyrażen matematycznych. Problem ten jest niezwykle skomplikowany oraz pozostaje ciągle problemem aktualnym i ważnym w dziedzinie dydaktyki matematyki. Pewne wyjaśnienia sytuacji daje druga z prac A. Słomskiej - *Semiotic and diadic model of mathematical expression*. Praca *Zadania fizyczne w nauczaniu i uczeniu się matematyki* nawiązuje do znanej od dawna sytuacji, że potrzeby rozwiązań zadań fizycznych stają się punktem wyjścia teorii matematycznych. Ten podstawowy związek ma również istotne znaczenie w nauczaniu matematyki i fizyki na poziomie średnim i wyższym.

Druga grupa prac dotyczy rezultatów zaawansowanych badań z algebry. Dowiedzono tu kolejno, że centralizator  $O$  w BCI-algebrze  $(G, *, O)$  ma tylko jeden element lub jest grupą Boole'a w niej zawartą. Charakteryzuje się relacje teoriomnogościowe dostarczające struktury typu BCH - lub BCK - algebr. Jednym z podstawowych rezultatów tej grupy jest podanie niezależnych aksjomatyk dla BCI- i BCK-algebr. Dwie dalsze prace z grupy algebraicznej związane są ściśle z algebrami skończonymi. W przypadku  $n$ -grup praca jest kontynuacją szeregu wcześniejszych osiągnięć, a w pracy *An algebraic characterisation of some reducts of three-valued logics* rozważane są wybrane właściwości funkcyjne niepełnych algebr trójelementowych, w szczególności te, które mają istotny wpływ na kształtowanie się zbioru tautologii rachunków zdaniowych utworzonych nad tymi algebrami. Wykazano, że wiele rachunków zdaniowych, których matryce adekwatne zawierają określone podalgebry lub określone automorfizmy czy kongruencje, posiada identyczny zbiór tautologii z pewnym reduktorem logiki dwuwartościowej.

Praca dotycząca podzbiorów przybliżonych danego zbioru przybliżonego - już samo sformułowanie zagadnienia robi wrażenie uwikłanego -

jest precyzyjną prezentacją tej teorii. Jak łatwo stwierdzić, analizując rozważania Autorki, zbiory przybliżone są aktualną dziedziną badań wielu matematyków na świecie. Głównym wynikiem Autorki jest stwierdzenie, że klasa podzbiorów przybliżonych, pewnego określonego zbioru przybliżonego, jest algebrą Heytinga. Nałożenie na nią pewnych dodatkowych warunków tworzy algebrę Boole'a.

Praca E. Rychlikowej, o zupełności pewnych kategorii grafów pokolorowanych i gier abstrakcyjnych, prezentuje nie opisane dotychczas w literaturze naukowej konstrukcje produktów i koproduktów, jak również ekwalizatora i koekwalizatora w kategoriach dwóch rodzajów grafów pokolorowanych i kategorii gier abstrakcyjnych. Jest oczywiste, że kategorie zupełne, ze względu na produkty i ekwalizatory oraz odpowiednio, ze względu na koprodukty i koekwalizatory, jest też zupełna ze względu na początki i odpowiednio końce diagramów. Kategoria gier abstrakcyjnych spełnia założenia tego faktu, co jest precyzyjnie uzasadnione dla obydwu rodzajów kategorii.

Praca *Multi - valued n-sequential propositional logic* przedstawia nową dualną do metody drzew skończenie generowanych aksjomatyzację wielosekwentową do wolnej skończenie wartościowej logiki zdaniowej. Pojęcie sekwentu w przypadku logiki n-wartościowej jest określone jako uporządkowana n-ka zbiorów formuł, ma jednak zdecydowanie odmienną interpretację. Główną rolę odgrywają sekwenty przepelnione stanowiące pewien rodzaj sprzeczności. Jest tym samym lustrzanym odbiciem metody tablic semantycznych, stanowiących pewną zwartą wersję wspomnianych wyżej drzew skończenie generowanych. Metoda jest ciekawa i stanowi punkt wyjścia do rozszerzenia jej na skończenie wartościowy rachunek predykatów pierwszego rzędu, jak również na szersze opracowanie metody tablic semantycznych dla logiki pierwszego rzędu.

Praca *On a 3-valued internal logic* zawiera rozważania na temat logik zawierających spójnik koniunkcji, alternatywy i negacji występujące prawie w każdym języku programowania. Ze względu na możliwość nieokreślenia pewnej zmiennej występującej w programie, pojawia się możliwość użycia praw ważnych w pewnych logikach trójwartościowych. System takiej logiki zdaniowej podaje wspomniana wyżej praca. Jej język jest generowany przez zbiór zmiennych zdaniowych spójniki negacji, koniunkcji i alternatywy. Stanowi ważny punkt widzenia problemu nieokreśloności wartości wyrażeń, pojawiających się często w teoretycznych podstawach oprogramowania komputerów.