PRACE NAUKOWE Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie
Technika, Informatyka, Inżynieria Bezpieczeństwa 2016, t. IV, s. 389–395

http://dx.doi.org/10.16926/tiib.2016.04.32

Andrzej Roman
Wydział Matematyczno-Przyrodniczy
Akademia im. Jana Długosza w Częstochowie
al. Armii Krajowej 13/15, 42-200 Częstochowa
e-mail: romanandrzej@poczta.fm

WPŁYW ZJAWISKA WYPIERANIA PRĄDU NA STRATY MOCY W ANIZOTROPOWYCH MATERIAŁACH MAGNETYCZNYCH

Streszczenie. W pracy określono zależność strat mocy od częstotliwości w anizotropowych blachach magnetycznych, przez które płynie zmienny prąd elektryczny. Do obliczeń przyjęto model Poliwanowa, Pry'a, Beana i Bishopa. W pracy Bishopa określono rezystancję i indukcyjność, rozwiązując równanie Laplace'a. W pracy, wykorzystując model Bishopa, stosując metodę kolejnych reakcji prądów wirowych, określono straty mocy, uwzględniając efekt wypierania prądu.
Słowa kluczowe: anizotropowe blachy magnetyczne, straty mocy.

THE INFLUENCE OF THE SKIN EFFECT ON POWER LOSSES IN ANISOTROPIC MAGNETIC MATERIALS

Abstract. In this work is determined the dependence of the power losses from the frequency anisotropic electrical sheet through which flows an alternating current. For calculation was taken the multidomain wall model of anisotropic sheet. Bishop and Lee examined similar model and defined the influence phenomenon of the current on resistance and inductance solving Laplace’s equation. In this paper is defined the influence phenomenon of the current on the power losses using the method of successive reactions of eddy currents.
Keywords: anisotropic electrical sheet, power losses.

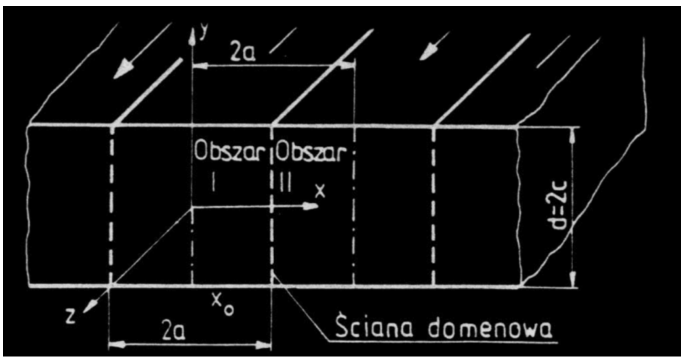
Wstęp

Problem fizycznej natury stra, jak i próby określenia strat za pomocą konwencjonalnych modeli w danych warunkach eksperymentalnych, stanowi zagadnienie, które w praktyce jest niezmiernie trudne do rozwiązania. Wynika to z tego, że dla określenia zależności czasowo-przestrzennych gęstości prądów wirowych, którą możnaby wyznaczyć, posługując się równaniami Maxwella, niezbędna jest dokładna znajomość zmian namagnesowania zachodzących w całej objętości próbki badanego materiału w czasie jej przemagnesowania. Sformułowanie takiej zależności, oddającej rzeczywiste zachowanie się materiału, jest praktycznie niemożliwe. Przyjęcie do analizy konwencjonalnych modeli z tego względu jest analizą ilościową. Problem określenia strat mocy w anizotropowych materiałach magnetycznych był rozważany przez wielu autorów [1–5].

W pracy określono, wykorzystując model Bishopa i Lee [1] elektrotechnicznej blachy anizotropowej, straty mocy. Wykorzystując model i obliczone zależności przez Bishopa i Lee [1], obliczono straty mocy w rozpatrywanym modelu. Rozwiązanie podane przez nich umożliwiło obliczenie indukcyjności i rezystancji blachy. Straty mocy nie były przez nich liczone. Wykorzystując podane zależności oraz metodę kolejnych reakcji prądów wirowych, określono straty mocy. Otrzymana zależność uwzględnia zjawisko wypierania prądu, które w pracy Bishopa i Lee [1] nie było uwzględnione. Umożliwia ona także policzenie strat bez uwzględnienia zjawiska wypierania prądu.

Założenia

W pracy założono, że anizotropowa blacha elektrotechniczna ma strukturę pokazaną na rys.1, z tym, że namagnesowanie w domenach wynosi $\pm M_s$.



Rys.1. Przekrój modelu domenowego anizotropowej blachy elektrotechnicznej [2]

Prąd przepływa prostopadle do płaszczyzny ścian (wzdłuż osi x). Zakłada się, że przez rozważaną blachę płynie prąd o wartości $Ie^{j\omega t}$ na centymetr długości blachy, powodując powstanie pola magnetycznego $H = H(x, y)e^{j\omega t}$ w kierunku osi z. Pole to wymusza przesunięcie ścian Blocha w kierunku osi x od położenia spoczynkowego x=a o wartość $S = s(y)e^{j\omega t}$. Zakładając, że prąd nie jest duży, przesunięcie to jest małe, i odwracalne i można je opisać za pomocą równania [3]:

$$\gamma_E \frac{d^2 S}{dy^2} - \beta \frac{dS}{dy} - \alpha S = -2M_s H(a, y)e^{j\omega t} \quad (1)$$

gdzie:

γ_E - energia na jednostkę powierzchni ściany Blocha,

β - współczynnik tłumienia,

α - lokalna uogólniona siła, stała dla małych odwracalnych ruchów ścian.

Eliminując czas z równania (1), otrzymuje się zależność:

$$\gamma_E \frac{d^2 s}{dy^2} - (\alpha + j\omega\beta)s = -2M_s H(a, y) \quad (2)$$

Natężenie pola lub, ściślej, jego składowa wzdłuż osi z jest niesymetryczna względem osi x=0 i symetryczna względem osi y=0. Powinny być spełnione także warunki:

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \text{ dla } y = \pm \frac{d}{2} \quad (3)$$

$$E_y(a, y) = 2j\omega M_s s \quad (4)$$

$$H(a,d/2)=I/2 \quad (5)$$

gdzie:

E_y - składowa y pola elektrycznego,

ϕ - potencjał elektryczny.

Natężenie pola magnetycznego lub, ściślej, jego składowa wzdłuż osi z określona przez Bishopa i Lee ma postać:

$$H_0 = \frac{I}{d} y - \sigma \sum_{n=1,3..}^{\infty} A_n \cosh \lambda_n x \sin \lambda_n y \quad (6)$$

gdzie:

$$A_n = \frac{(-1)^{0,5n+1} 4I\omega[\omega(N_n + 1) + j\omega N_n \alpha_n]}{n\pi\gamma \cosh \alpha_n a\left[\omega^2 (N_n\beta + 1)^2 + (N_n\alpha_n)^2\right]}., \tag{7}$$

$$N_n = \frac{n\pi \tan gh\lambda_n a}{4M_s d\gamma}., \tag{8}$$

$$\alpha_n = \alpha + \lambda_n^2 \gamma_E \ , \tag{9}$$

$$\lambda_n = \frac{n\pi}{2c}. \tag{10}$$

Określenie strat mocy przy uwzględnieniu zjawiska wypierania prądu

Ze względu na znaczny wpływ zjawiska wypierania prądu na straty zwłaszcza przy wyższych częstotliwościach, zastosowano metodę kolejnych reakcji, do otrzymania zależności, które opisuje to zjawisko. Składowa H obliczona przez Bishopa i Lee [1] spełnia równanie Laplace'a, podczas gdy kolejne składowe spełniają równanie Poissona.
Stosując znaną metodę kolejnych reakcji prądów wirowych [4], obliczono natężenie pola magnetycznego H pierwszej składowej reakcji prądów wirowych:

$$H_1 = j\frac{1}{6}\theta^2 \frac{I}{d}\left(\frac{y^2}{d^2} - \frac{1}{4}\right) + \sum_{n=1,3..}^{\infty} \left[\begin{matrix} K_n \cosh \lambda_n x + \\ + 0,5\theta^2 \sigma \frac{A_n}{n\pi}\left(\frac{1}{n\pi}\cosh \lambda_n x - \frac{2x}{d}\sinh \lambda_n x\right) \end{matrix}\right] \sin \lambda_n y \tag{11}$$

gdzie:

$$K_n = j\theta^2 \sigma \frac{A_n}{2n^2\pi^2}\left[1 + 2\lambda_n actgh\lambda_n a\right], \tag{12}$$

Do obliczenia start mocy P zastosowano wzór Poyntinga:

$$P = \int_V \mathbf{E}x\mathbf{H}^* dV \tag{13}$$

gdzie: **E** – wektor natężenia pola elektrycznego, **H** – wektor natężenia pola magnetycznego.
Natężenie pola elektrycznego określone jest zależnością:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\sigma} rotH_m \mathbf{1_z} = \frac{1}{\sigma}\left(\frac{\partial H}{\partial y}\mathbf{1_x} - \frac{\partial H}{\partial x}\mathbf{1_y}\right) \tag{14}$$

Składowe natężenia pola elektrycznego i magnetycznego określone są wzorami:

$$E_x = E_{x0} + E_{x1} \qquad H_x = H_{x0} + H_{x1}$$

$$E_y = E_{y0} + E_{y1} \qquad H_y = H_{y0} + H_{y1} \tag{15}$$

gdzie: indeksami „0” oznaczono składową zerową reakcji prądów wirowych a „1” pierwszą, x, y oznacza składową x lub y natężenia pola elektrycznego i magnetycznego. Wykorzystując otrzymane zależności, określono:

$$E_0 = \frac{1}{\sigma}\left[\frac{I}{d} - \sigma\sum_{n=1,3..}^{\infty} A_n S_n \lambda_n \cos\lambda_n y\right] 1_x + \sigma \sum_{n=1,3..}^{\infty} A_n \lambda_n \sinh\lambda_n x \sin\lambda_n y 1_y \tag{16}$$

$$H_1 = j\frac{1}{6}\theta^2 \frac{I}{d}\left(\frac{y^2}{d^2} - \frac{1}{4}\right) + \sum_{n=1,3..}^{\infty}\left[\begin{array}{l} K_n \cosh\lambda_n x + \\ + 0{,}5\theta^2 \sigma \frac{A_n}{n\pi}\left(\frac{1}{n\pi}\cosh\lambda_n x - \frac{2x}{d}\sinh\lambda_n x\right)\end{array}\right]\sin\lambda_n y \tag{17}$$

$$E_1 = \left\{\frac{j}{6}\theta^2 \frac{I}{\sigma d}\left(\frac{3y^2}{d^2} - 0{,}25\right) + \frac{1}{\sigma}\sum_{n=1,3,..}^{\infty}\left[\begin{array}{l} K_n \cosh\lambda_n x + \\ + \frac{j}{2}\theta^2\sigma\frac{A_n}{n\pi}\left(\begin{array}{l}\frac{1}{n\pi}\cosh\lambda_n x - \\ \frac{2x}{d}\sinh\lambda_n x\end{array}\right)\end{array}\right]\lambda_n \cos\lambda_n y\right\}\mathbf{1_x} -$$

$$+\frac{1}{\sigma}\sum_{n=1,3..}^{\infty}\left[\begin{array}{l} K_n\lambda_n \sinh\lambda_n x + j0{,}5\theta^2\sigma\frac{A_n}{n\pi}\left(\frac{\lambda_n}{n\pi}\sinh\lambda_n x - \frac{2}{d}\sinh\lambda_n x\right) - \\ + \frac{2x}{d}\lambda_n \cosh\lambda_n x\end{array}\right]\sin\lambda_n y\mathbf{1_y} \tag{18}$$

Stosując wzór na moc Poyntinga (13), oraz uwzględniając wzór na iloczyn wektorowy, oraz że natężenie pola magnetycznego ma jedną składową wzdłuż osi z (pozostałe składowe są zerowe), oraz wykonując całkowanie po obszarze V otrzymano:

$$P = \int_{-c}^{c} E_{y1}(a,y)H_0^*(a,y)dy + \int_{-c}^{c} E_{y1}(a,y)H_1^*(a,y)dy + \int_{-c}^{c} E_{y0}(a,y)H_0^*(a,y)dy +$$
$$+ \int_{-c}^{c} E_{y0}(a,y)H_1^*(a,y)dy - \int_{-a}^{a} E_{x0}(x,c)H_0^*(x,c)dx - \int_{-a}^{a} E_{x0}(x,c)H_1^*(x,c)dx -$$
$$+ \int_{-a}^{a} E_{x1}(x,c)H_0^*(x,c)dx - \int_{-a}^{a} E_{x1}(x,c)H_1^*(x,c)dx \tag{19}$$

Uwzględniając warunki brzegowe, otrzymano, że:

$$\int_{-c}^{c} E_{y1}(a,y)H_0^*(a,y)dy = \int_{-c}^{c} E_{y1}(a,y)H_1^*(a,y)dy = \int_{-a}^{a} E_{x0}(x,c)H_1^*(x,c)dx =$$
$$= \int_{-a}^{a} E_{x1}(x,c)H_1^*(x,c)dx = 0 \tag{20}$$

Wykorzystując zależności (6), (15), (16), (17), (18), (19) i (20), obliczono straty mocy w rozpatrywanym modelu:

$$P = \frac{I^2 2a}{\sigma d}\sum_{n=1,3,..}^{\infty}\left\{\begin{array}{l}\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\theta^2}{6}\right) + A_{nI}\omega\frac{d}{a}\left[-j\theta^2\frac{T_n}{n^2\pi^2} - j\frac{\theta^2 a}{n\pi d} + \frac{1}{2}T_n\right] + \\ + A_{nI}A_{nI}^*\omega^2\frac{d}{a}\left[-\frac{n\pi}{4}T_n + j\frac{\theta^2}{8n\pi} + \frac{\theta^2}{2}\frac{a}{d} + j\frac{\theta^2}{4}T_n^2\frac{a}{d}\right]\end{array}\right\}$$

, (21)

gdzie:

$$A_n = \frac{(-1)^{0,5n+1} I\omega}{\sigma C_n} A_{nI}, T_n = \tanh\lambda_n a\,,\; S_n = \sinh\lambda_n a\,, \tag{22}$$

Otrzymane wzory pozwalają określić zależność strat od częstotliwości. Uwzględniają one wpływ zjawiska wypierania prądu na straty wywołane przez prądy wirowe.

Wnioski

Stosowanie układów energoelektronicznych powoduje, że obwody magnetyczne pracują w zakresie dużych zmian częstotliwości. Z tego powodu zależności strat od częstotliwości są bardzo istotne. W pracy określono wpływ zjawiska wypierania prądu (częstotliwości) na straty mocy, stosując metodę kolejnych reakcji prądów wirowych. Otrzymane zależności pozwalają określić wpływ zjawiska wypierania prądu oraz struktury domenowej anizotropowego materiału magnetycznego na straty wywołane przez prądy wirowe. Możliwe jest także obliczenie strat bez uwzględnienia zjawiska wypierania prądu.

Literatura

[1] Alberts L., Bishop J. E. L., Lee E. W.: *The behavior of ferromagnetic sheets in alternating electric and magnetic sheet*. Proc. Roy. Soc. A 1963, 276 , s. 112–124.

[2] Jankowski B., Kapelski D., Ślusarek B., Szczygłowski J.: *Determination power loss in Fe-based soft magnetic composites*, Archives of Metallurgy and Materials, t. 60, z. 2, 2015.

[3] Poliwanow K. M.: *Dinamiczeskie charakteristiki fierromagnetikow*. Izwiestia Akademii Nauk 1952, Fizika XVI, nr 4, s. 449 – 464.

[4] Pry R. H., Bean C. P.: *Calculation of the energy loss in magnetic sheet materials using a domain model*. Journal of Applied Physics 1958, vol. 29, s. 532–533.

[5] Roman A.: *Pole elektromagnetyczne w materiałach magnetycznie miękkich o uporządkowanej strukturze domenowej*. Wyd. Politechniki Częstochowskiej, seria Monografie 36, 1996.