PRACE NAUKOWE Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Częstochowie
Seria: FIZYKA, CHEMIA 1992 z. IV

MARIAN GŁOWACKI

JERZY MINISZEWSKI

ZADANIA FIZYCZNE W NAUCZANIU I UCZENIU SIĘ MATEMATYKI

Jednym z podstawowych celów współczesnego nauczania i uczenia się jest takie przygotowanie ucznia, aby w przyszłości był zdolny do rozwiązywania problemów i zadań jakie postawi przed nim otaczający świat. Nie jest więc celem samym w sobie nauczanie i uczenie się matematyki, fizyki czy chemii, lecz jest środkiem do przygotowania człowieka, do zrozumienia i przetwarzania przyrody.

Rozumiał to Bruner [1, 2] dając swoimi pracami podwaliny pod współczesną dydaktykę. Idee Brunera poparł J. Piaget [3, 4], dając nowe spojrzenie na poznanie w swej epistemologii genetycznej. Bruner wprowadził kilka podstawowych kanonów dydaktycznych m.in. ten, że powinno nauczać się podstawowych struktur poszczególnych przedmiotów, a do pojęć i praw pochodnych, wtórnych uczeń dochodzi sam w procesie konkretyzacji [1]. Taka droga zmusza ucznia do samodzielności i preferuje ten sposób poznania, który Piaget nazwał operacją [3, 4]. Wg niego operacja polega na poznawaniu świata przez jego przetwarzanie: fizyczne i logiczno--matematyczne.

Inną cechą współczesnego nauczania i uczenia się jest również uwzględnianie roli intuicji, zwłaszcza w nauczaniu przedmiotów opartych na wykorzystaniu matematyki [1].

Jednym więc z podstawowych celów współczesnego procesu dydaktycznego jest kształcenie umiejętności samodzielnego poznania i przetwarzania otaczającego świata. Oczywistą drogą do tego celu jest korelacja między przedmiotami przyrodniczymi. O korelacji mówi się od dawna, nie można więc powiedzieć, że jest ona nie doceniana, ale w praktyce nie istnieje w takim zakresie, jak powinna.

W przedstawionej pracy autorzy postanowili zająć się problemem zadań fizycznych w nauczaniu i uczeniu się matematyki. Zadania te pojawiają się wcześniej w programie nauczania matematyki, niż uczeń zetknie się z fizyką i towarzyszą obu tym przedmiotom przez cały okres nauczania w szkole podstawowej i średniej.

Przedmiotem zainteresowania fizyki są zdarzenia, zjawiska i procesy zachodzące w obiektywnie istniejącym, materialnym świecie. Jednym z podstawowych elementów struktury fizyki są pojęcia fizyczne, a wśród nich wielkości fizyczne tj. mierzalne bezpośrednio lub pośrednio cechy czy własności obiektywów, zdarzeń, zjawisk i procesów [5, 6].

Jeżeli wielkość fizyczna jest mierzalną cechą obiektywów przyrody, to oczywiste, że należy pamiętać o jej wartości liczbowej i jednostce miary. Bauer [7] podaje następujące określenie wielkości fizycznej:

$$W=\{W\} \cdot [W]$$

gdzie:

$|W|$ – wielkość fizyczna,

$\{W\}$ – wartość liczbowa wielkości fizycznej,

$[W]$ – jednostka miary wielkości fizycznej.

Przedmiotem zainteresowania matematyki w odróżnieniu od fizyki są oderwane od konkretnych zjawisk pojęcia matematyczne. Dla matematyka nie jest ważne czy dodaje 3m+2n czy 3 jabłka i 2 gruszki, ważna jest sama operacja dodawania.

Cała praktyka ludzka zajmuje się jednakże nie tylko ilością ale i jakością. Rozwiązywanie zadań tekstowych ma tutaj ogromne znaczenie, pozwala bowiem na drodze operacji logiczno-matematycznych przechodzić od podstawowych struktur do szczegółowych zastosowań praktycznych.

Zadania fizyczne stosowane w matematyce pozwalają wprowadzić rozważania na temat matematycznych modeli zjawisk fizycznych, przejść od zależności ilościowych do jakościowych, przedstawić w sposób naukowy zjawiska w otaczającym świecie. Ponadto rozwiązywanie takich zadań kształci intuicję matematycznego podejścia do wydarzeń w przyrodzie. Stosowanie zadań fizycznych w nauczaniu matematyki ma swoje niewątpliwe zalety.

Należy się teraz zastanowić czy i w jaki sposób zadania fizyczne rozwiązywane w matematyce pomagają lub przeszkadzają w nauczaniu i uczeniu się fizyki. Innymi słowy, czy mamy tu do czynienia z transferem pozytywnym czy negatywnym [8]. Oczywiście ideałem byłoby, aby był to transfer specyficzny treningu [1] przygotowujący ogólnie ucznia do rozwiązywania problemów.

Jak wiadomo, matematyka jest językiem fizyki pozwalającym określać wielkości fizyczne oraz zależności między nimi przy pomocy wzorów. Zapis w postaci wzorów pociąga za sobą stosowanie odpowiedniej symboliki. W fizyce dogodne jest posługiwanie się tymi samymi oznaczeniami tych samych wielkości fizycznych. Dlatego fizycy stosują ujednoliconą w skali międzynarodowej symbolikę, pozwalającą na bardzo dobre porozumiewanie się przy pomocy wzorów i równań. Rozmaitość rozważanych wielkości jest ograniczona tak, że wystarczy liter alfabetu łacińskiego i greckiego (niekiedy wspartych indeksami), aby zasadę jednolitej symboliki wszechstronnie realizować. Symbolika najczęściej wywodzi się z języka angielskiego, który stał się międzynarodowym językiem fizyki (czas t – time, prędkość v – velocity, moc P – power itp.).

W matematyce z uwagi na konieczność oznaczenia literami, nieskończenie wielu liczb (każde zadanie traktuje o innych przedmiotach i innej ich liczbie), byłoby to niemożliwe. Stąd w zadaniach matematycznych te same litery mogą za każdym razem znaczyć co innego. Tradycją stało się, aby wielkości niewiadome oznaczać końcowymi literami alfabetu (x, y, z). Oczywiste jest, że większość matematyków stosuje tę zasadę przy rozwiązywaniu zadań fizycznych. I tutaj pojawia się zjawisko transforu negatywnego. Gdy przychodzi do rozwiązywania zadań fizycznych na fizyce, gdzie niewiadomą może być każdy dowolny symbol, zakodowany w pamięci system rozwiązywania zadań przy użyciu niewiadomych x, y, z przeszkadza w rozwiązaniu. Uczeń musi się przestawić na nowy „sposób" zapisu i myślenia.

Wydaje się więc, że niesłuszne jest przywiązywanie matematyków do symboliki x, y, z jako niewiadomych w zadaniach fizycznych. I właściwie nic nie stoi na przeszkodzie temu, aby matematycy używali symboliki fizycznej w zadaniach fizycznych poza, być może, nieznajomością przez nich tej symboliki oraz swoistą inercją.

Określanie wielkości fizycznych poprzez matematyczne wzory i równania narzuca fizyce szkolnej, określoną metodę rozwiązywania zadań poprzez przekształcanie tych wzorów tak, aby ostatecznym celem było wyrażenie poszukiwanej wielkości poprzez inne wielkości znane. Nie jest to jedyna metoda stosowania przez fizyków, ale podstawowa w przypadku zadań obliczeniowych typu znaleźć [6]. Jest to metoda algebraiczna, stosowana również w matematyce, ale nie tak konsekwentnie. Jako przykład niech posłuży zadanie: statek z Opola do Szczecina płynie 2 dni, zaś z powrotem 3 dni. Jak długo płynie tratwa na tej trasie?

Rozwiązanie algebraiczne matematyczne:

x – prędkość statku,
y – prędkość wody (tratwy),
z – czas przepływu tratwy z Opola do Szczecina,
w – droga z Opola do Szczecina,

$$w = 2(x+y) \;/\cdot 3$$

$$w = 3(x-y) \;/\cdot (-2)$$

$$w = z \cdot y$$

$$3w = 6x+6y$$

$$-2w = -6x+6y$$

$w = 12y$

$12y = z \cdot y$

$z = 12$ dni

Odp. Tratwa z Opola do Szczecina płynie 12 dni.

Rozwiązanie fizyczne algebraiczne

DANE	SZUKANE
$s_1=s_2=s$ [km]	$t_3=?$
$t_1=2$ dni	$v_1=?$
$t_2=3$ dni	$v_2=?$
	$s_1=s_2=s=?$

ROZWIĄZANIE

$s_1=(v_1+v_2)\cdot t_1$

$s_2=(v_1-v_2)\cdot t_2$

$s_1=s_2=s$

$s=t_3\, v_2$

$t_3\, v_2=(v_1+v_2)\cdot t_1$

$$t_3=\frac{v_1+v_2}{v_2}\cdot t_1$$

$$t_3=\left(\frac{v_1}{v_2}+1\right) t_1$$

$$t_3=\left(\frac{t_1+t_2}{t_2-t_1}+1\right)\cdot t_1$$

$$t_3=\frac{2t_1\cdot t_2}{t_2-t_1}\quad\left[\frac{\text{dni}\cdot\text{dni}}{\text{dni}}\right]=\left[\text{dni}\right]$$

$t_3=12$ dni

$(v_1+v_2)\cdot t_1=(v_1-v_2)\cdot t_2$

$t_1 v_1+t_2 v_2=t_1\cdot v_1-t_2\cdot v_2$

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{t_1+t_2}{t_2-t_1}$$

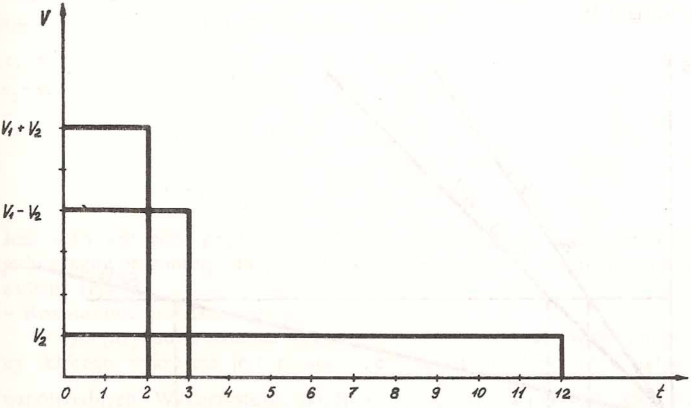
Różnice w obu metodach rozwiązania są ewidentne i to nie tylko ze względu na symbolikę. W rozwiązaniu fizycznym dokonano wszystkich przekształceń na symbolach ogólnych, dane liczbowe podstawiając dopiero do końcowej postaci wzoru i – wykonując odpowiednie rachunki – obliczono wartość szukanej wielkości.

W matematyce postępowanie takie stosuje się tylko wówczas, gdy celem jest, oprócz odpowiedzi liczbowej, podanie wzoru ogólnego, obejmującego wszystkie przypadki analogiczne bądź też ogólnego algorytmu. W fizyce postępujemy tak zawsze, gdzie wartość liczbowa szukanej wielkości jest ważna, lecz nie najważniejsza, gdyż przede wszystkim chodzi o znalezienie zależności między wielkościami występującymi w zadaniu oraz ich fizyczna interpretacja.

Należy również zwrócić uwagę na przekształcenia pośrednie w rozwiązaniu zadania. W matematyce, przyjmując dane oznaczenie, włączamy dane do pewnej struktury matematycznej, abstrahując od ich praktycznego znaczenia, wobec czego wszystkie przekształcenia pośrednie mają sens matematyczny. W fizyce oznaczenia wiążą się z konkretnymi wielkościami fizycznymi i w związku z tym sens formalnych operacji na nich nie zawsze ma fizyczną interpretację. Ponadto liczbowe rozwiązania pośrednie w przypadku poszczególnych wielkości zmniejszają dokładność końcowego wyniku, co w przypadku rozwiązania fizycznego odgrywa ważną rolę.

Należałoby się więc zastanowić, czy na odpowiednim poziomie nauczania matematyki nie należałoby dążyć do rozwiązań ogólnych, zwłaszcza że takie rozwiązania dają okazję do ćwiczeń w rozwiązywaniu wyrażeń literowych.

Wracając do metod rozwiązywania zadań fizycznych stosowanych w matematyce i fizyce, bardzo efektywne i pożyteczne z punktu widzenia kształcenia narzędzi poznania u uczniów, są metody graficzne, wykorzystujące wykresy przedstawiające zależności między wielkościami fizycznymi występującymi w zadaniu. Są to metody często niedoceniane, a przecież wykres jest jedną z najbardziej zwięzłych, a jednocześnie najbogatszych



Rys. 1. Rozwiązywanie graficzne, matematyczne oparte na metodzie współrzędnych – wariant I

Fig. 1. The mathematical, graphical solution, based on the method of the system of coordinates – variant I

form opisu zjawisk fizycznych. Wyrobienie umiejętności korzystania z wykresów do opisu zjawisk przyrody i ich interpretacji jest jednym z podstawowych celów nauczania przyrodoznawstwa i korelacja matematyki i fizyki jest w tej dziedzinie konieczna.

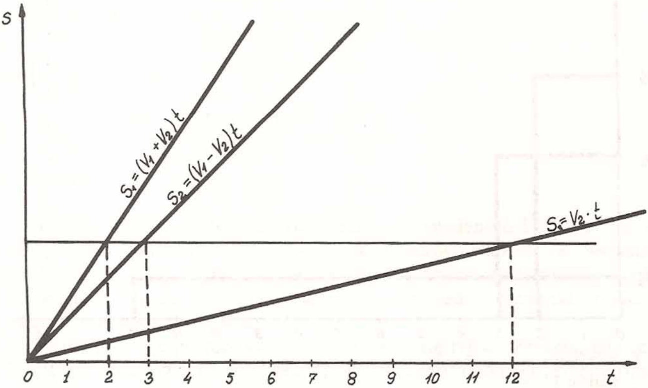
Poniżej przedstawiono graficzne rozwiązania stosowane w matematyce i fizyce. Rozwiązania dotyczą przedstawionego już wcześniej zadania.

– Rozwiązanie graficzne matematyczne oparte na metodzie współrzędnych – wariant I.

Układem współrzędnych jest w tym przypadku układ dwu prostopadłych osi Ot i Ov (Rys. 1). Równanie określające drogę $s=v \cdot t$, interpretuje się w tym układzie jako pole prostokąta. Przy ustalaniu jednostek wystarczy dokładnie określić jednostkę na osi czasu (1 dzień). Jednostka prędkości z punktu widzenia matematyki ma znaczenie tylko o tyle, o ile determinuje jednostkę drogi, aby można było dokonywać podstawień do wzoru $s=v \cdot t$ otrzymując zawsze sensowny rezultat. Jest przy tym całkowicie obojętne, czy drogę s wyraża się w km, milach czy innych jednostkach. Uwaga ta dotyczy również wariantu II. Z równości pól prostokątów wynika że:

$$2 \cdot 3 = 3 \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 12.$$

– Rozwiązanie graficzne matematyczne oparte na metodzie współrzędnych – wariant II.



Rys. 2. Rozwiązanie graficzne, matematyczne oparte na metodzie współrzędnych – wariant II
Fig. 2. The mathematical, graphical solution, based on the method of the system of coordinates – variant II

Wariant ten różni się od poprzedniego wyborem układu współrzędnych. Jest nim w tym przypadku kartezjański układ tOs, w którym równanie drogi $s=v \cdot t$ jest funkcją, a której wykresem jest linia prosta przechodząca przez początek układu współrzędnych i nachylona do osi Ot pod kątem, którego tangens jest równy v. Metoda rozwiązania wynika z rysunku (Rys. 2), tak jak i w przypadku wariantu I.

– Rozwiązanie graficzne, fizyczne – wariant I

Dane

$s_1=s_2=s$	drogi statku z prądem, pod prąd i tratwy
$t_1=2$ dni	czas podróży statku z prądem
$t_2=3$ dni	czas podróży statku pod prąd
v_1	prędkość statku
v_2	prędkość prądu rzeki

Szukane:

$t_3=?$	czas podróży tratwy

Rozwiązanie:

Ustalenie jednostek na osi prędkości

$$s_1=s_2 \qquad t_1(v_1+v_2)=t_2(v_1-v_2)$$

$$\frac{v_1-v_2}{v_1+v_2}=\frac{2}{3} \qquad v_2=\frac{1}{5}v_1$$

$$v_1+v_2=\frac{6}{5}v_1$$

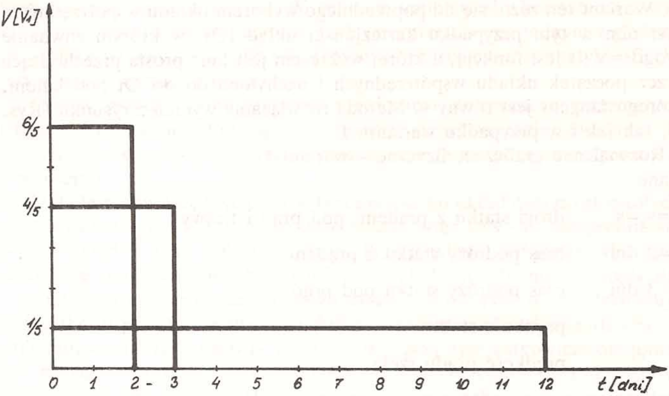
$$v_1-v_2=\frac{4}{5}v_1$$

Jednostką jest więc prędkość v_1. Układ współrzędnych z zaznaczonymi jednostkami oraz interpretacją dróg jako pól prostokątów pozwoli rozwiązać zadanie (rys. 3).

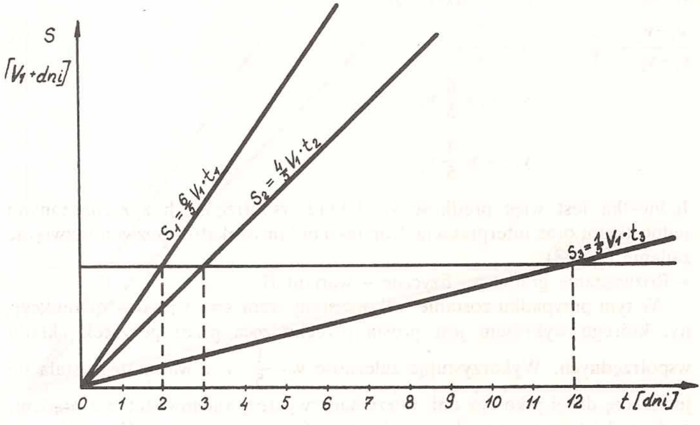
– Rozwiązanie graficzne, fizyczne – wariant II.

W tym przypadku zostanie wykorzystany wzór $s=v\,t$ jako wzór funkcyjny, którego wykresem jest prosta przechodząca przez początek układu współrzędnych. Wykorzystując zależność $v_2=\frac{1}{5}\,v_1$ z wariantu I ustala się jednostkę drogi jako $v_1 \cdot$ dni. Otrzymane wykresy ruchów statku z prądem, pod prąd i tratwy pozwolą na odczyt graficzny rozwiązania (Rys. 4).

W przedstawionych rozwiązaniach graficznych matematycznych i fizycznych różnice są nieznaczne. Rozwiązania fizyczne wymagają dokładnego



Rys. 3. Rozwiązanie graficzne, fizyczne oparte na metodzie współrzędnych – wariant I
Fig. 3. The physical, graphical solution, based on the method of the system of coordinates – variant I



Rys. 4. Rozwiązanie graficzne, fizyczne oparte na metodzie współrzędnych – wariant II
Fig. 4. The physical, graphical solution, based on the method of the system of coordinates – variant II

opisu osi współrzędnych z uwzględnieniem jednostek, gdyż opis ten staje się podstawą do uzyskania rozwiązań dających się interpretować. Ten dokładny opis osi wraz z mianami wielkości powinien stać się regułą w przypadku każdego opisu w postaci wykresów w obu przedmiotach, a w szczególności w zadaniach.

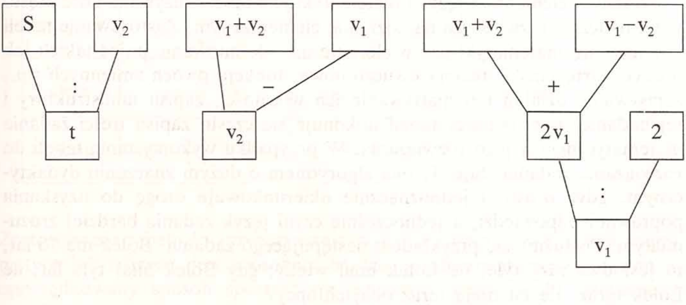
Oprócz przedstawionych powyżej metod, fizyka w zasadzie nie używa już innych w przypadku zadań ilościowych, natomiast możliwości matematyki w tym zakresie są większe. I tak, rozważane powyżej zadanie może być jeszcze rozwiązane metodą analityczno-syntetyczną oraz z wykorzystaniem organigramu [9, 10].

– Rozwiązanie analityczno-syntetyczne

W ciągu 1 dnia statek przebyłby $\frac{1}{2}$ drogi płynąc w dół rzeki i $\frac{1}{3}$ drogi płynąc w górę rzeki. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ jest to dwukrotność drogi, jaką w ciągu 1 dnia przebyłby statek płynący z prędkością własną, gdyż suma prędkości w dół i w górę rzeki równa jest dwukrotnej prędkości własnej statku / $(v_1+v_2)+(v_1-v_2)=2v_1$. Ponieważ prędkość statku w dół rzeki jest większa od jego prędkości własnej o prędkość prądu, więc różnica $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{12}$ równa jest części drogi przebytej w ciągu 1 dnia przez tratwę. Wobec tego poszukiwany czas wynosi 12 dni.

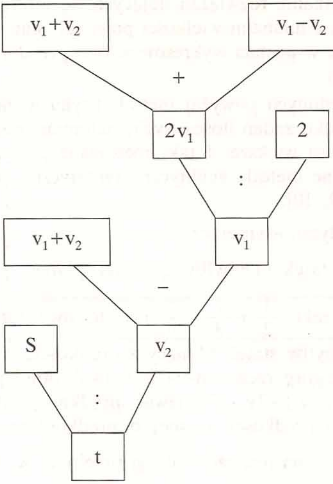
– Rozwiązanie z użyciem organigramu

Etap 1



Odzwierciedleniem rozumowania przeprowadzonego w rozwiązaniu analityczno-syntetycznym jest organigram przedstawiony poniżej. Organigram jest zbudowany w dwu etapach (oznaczenia jak poprzednio)–

Etap II



Rozwiązania powyższe są dla fizyki nietypowe, ale na pewno mamy tu do czynienia z transferem pozytywnym i tego typu rozwiązań nie można odrzucać.

Ważnym elementem języka matematyki jest tabela, używana dość często w jej nauczaniu, zwłaszcza na poziomie elementarnym. Zastosowanie tabeli w nauczaniu matematyki jest wielorakie np.: definiowanie pojęć takich jak iloczyn kartezjański, relacja dwuczłonowa, funkcja dwóch zmiennych itp., zapisywanie działań i rozpatrywanie ich własności, zapisu ministruktury i jej badanie. Przy pomocy tabeli dokonuje się często zapisu treści zadania matematycznego i jego rozwiązania. W przypadku wykorzystania tabeli do rozwiązania zadania staje się ona algorytmem o dużym znaczeniu dydaktycznym, gdyż prosto i jednoznacznie ukierunkowuje drogę do uzyskania poprawnej odpowiedzi, a jednocześnie czyni język zadania bardziej zrozumiałym. Posłużmy się przykładem następującego zadania. Bolek ma 16 lat, to jest dwa razy tyle, ile Lolek miał wtedy, gdy Bolek miał tyle lat, ile Lolek teraz. Ile lat mają teraz obaj chłopcy?

Zawiłość treści, celowo dobrane podobieństwo dźwiękowe sformułowań i pozorna nieokreśloność warunków zadania zanikają od razu, gdy przejdziemy na zapis tabelaryczny.

Lata	Teraz	Dawniej
Bolek	16	12
Lolek	12	8

Z tabeli wynika natychmiast, że liczby, które należy wpisać w pola „drugiej przekątnej" muszą być równe, a ponieważ czas dla obu chłopców upływa jednakowo, sprowadza się to do równania:

$16-x=8+x$ skąd $x=4$

A więc $16-4=8+4=12$.

Tabelę można stosować również do zadań fizycznych. Zadanie, które jest stałą pozycją niemal wszystkich podręczników i zbiorów zadań z matematyki elementarnej jest zadanie dotyczące mieszaniny roztworów o różnych gęstościach, np. zmieszano 10 dm^3 roztworu o gęstości 1,5 $\frac{kg}{dm^3}$ z 6 kg roztworu o gęstości 3 kg/dm^3. Jaka będzie gęstość powstałej mieszaniny nie uwzględniając zjawiska kontrakcji?

Aby rozwiązanie tego zadania przy pomocy tabeli spełniało wymogi korelacji między matematyką i fizyką w zakresie symboliki i sposobów zapisu, powinno przedstawiać się ono następująco.

Roztwory	gęstość $\left[\frac{kg}{dm^3}\right]$	objętość $[dm^3]$	masa [kg]
Roztwór I	$\varrho_1=\frac{m_1}{v_1}=1{,}5$	$V_1=\frac{m_1}{\varrho_1}=10$	$m_1=\varrho_1 \cdot V_1=?$
Roztwór II	$\varrho_2=\frac{m_2}{v_2}=3$	$V_2=\frac{m_2}{\varrho_2}=?$	$m_2=\varrho_2 \cdot V_2=6$
Mieszanina	$\varrho=\frac{m_1+m_2}{v_1+v_2}=?$	$V_1+V_2=?$	$m_1+m_2=?$

Zastosowanie tabeli do rozwiązywania zadań fizycznych, zarówno w matematyce jak i fizyce, jest sposobem bardzo pożytecznym, pozwalającym w uporządkowany sposób spojrzeć na problem. Mamy tu do czynienia z transferem specyficznym treningu.

Należałoby jeszcze rozważyć rolę wartości liczbowej uzyskanej w wyniku rozwiązania zadania fizycznego w matematyce i fizyce. Dla matematyka jest zupełnie nieistotne, jakie wartości są związane z poszczególnymi wielkościami danymi w zadaniu. np. w rozważanym już zadaniu o statkach można by podać, że statek z Opola do Szczecina płynął 2 godziny, a ze Szczecina do Opola 3 godziny. Dla fizyka takie wartości są niedopuszczalne, bo są niemożliwe z punktu widzenia praw panujących w przyrodzie. Z punktu widzenia uczenia się w celu poznawania świata bardzo ważne jest, aby treść i rozwiązania zadań fizycznych stosowanych w nauczaniu matematyki miała interpretację fizyczną.

Interpretacja fizyczna wyniku polega nie tylko na praktycznych konsekwencjach, lecz także na wyjaśnieniu sensu wyniku oraz dlaczego formalne rachunki mogą nie dać poprawnego fizycznie rozwiązania. Tak jest w przypadku zadań o kilku rozwiązaniach, tzn. takich, gdzie równanie pozwalające obliczyć szukaną wartość jest równaniem wyższego stopnia. W takich przypadkach poprawne są tylko rozwiązania realne, fizyczne np. czas nie może być ujemny.

Wszystkie rozważane dotąd elementy rozwiązania zadań fizycznych dotyczyły głównie wartości liczbowych rozwiązań i ich kodowego zapisu. Podstawową jednak różnicą między fizycznym i matematycznym podejściem do badanych zagadnień jest mianowanie wielkości fizycznych. W fizyce, jak już wspomniano wcześniej, przy określaniu wielkości fizycznej podstawową rolę odgrywa miano, czyli jednostka w obowiązującym układzie (SI). Wynika stąd konieczność wykonywania oddzielnych operacji na mianach. Operacji tej dokonuje się w fizyce podstawiając jednostki poszczególnych wielkości do końcowego wzoru na szukaną wielkość. Ma to na celu ustalenie miana szukanej wielkości i sprawdzenie w ten sposób, czy zgadza się ono z mianem wymaganym.

W matematyce operacja ta jest zbędna. Wystarczy przewidzieć miano po ustaleniu jednostek lub przeprowadzać rachunki wraz z mianami, co jest często praktykowane, zwłaszcza w klasach niższych. Takie metody postępowania nie są błędne z punktu widzenia fizyki i wdrażają, każda ma swój sposób do umiejętności prowadzenia operacji logiczno-formalnych na mianach.

Przedstawione powyżej rozważania dotyczą również i innych rodzajów zadań stosowanych w nauczaniu i uczeniu się matematyki jak: zadania praktyczne, techniczne, ekonomiczne, chemiczne itp. Wszystkie powinny wykazywać rolę matematyki jako doskonałego narzędzia do ilościowego poznawania świata.

Jeśli chodzi o zadania fizyczne stosowane w nauczaniu i uczeniu się matematyki, można ogólnie powiedzieć, że ich rozwiązania powinny spełniać pewne podstawowe wymagania stawiane przez wspólny interes fizyki i matematyki [11]. Są to:

1. stworzenie fizycznego modelu realnej sytuacji przedstawionej przez fa-

bułę i treść zadania. Odpowiada to pojęciu schematyzacji zadania z punktu widzenia dydaktyki matematyki [12],
2. w oparciu o powyższy model przedstawienie abstrakcyjnego modelu matematycznego w postaci wzorów i równań wiążących wielkości fizyczne występujące w zadaniu,
3. stosowanie symboliki i nomenklatury używanej przez fizykę w czasie rozwiązywania zadania,
4. zwrócenie uwagi na fizyczną i praktyczną realność wartości, wielkości fizycznych występujących w zadaniu oraz wartości wielkości będącej rozwiązaniem,
5. uwzględnianie jednostek poszczególnych wielkości fizycznych występujących w zadaniu i podawanie ich w sposób jawny w odpowiedzi zadania.

Wydaje się, że przestrzeganie tych zasad bez ograniczeń w zakresie metod rozwiązywania zadań fizycznych w matematyce, pozwoli na lepszą korelację fizyki i matematyki służącą podstawowemu celowi, którym jest wyrobienie umiejętności ilościowego opisu przyrody oraz wzbogacenie metodyki obu tych przedmiotów nauczania.

BIBLIOGRAFIA

[1] J. Bruner, Proces kształcenia, PWN, Warszawa, 1964.
[2] J. Bruner, W poszukiwaniu teorii nauczania, PWN, Warszawa, 1974.
[3] J. Piaget, Psychologia i epistemologia, PWN, Warszawa, 1972.
[4] H. Aebli, Dydaktyka psychologiczna, PWN. Warszawa, 1982.
[5] M. Sawicki (red.), Zasady i metody nauczania fizyki, kurs podstawowy, PWSiP, Warszawa, 1974.
[6] K. Badziąg (red.), Metodyka nauczania fizyki w szkole średniej, WSiP, Warszawa, 1973.
[7] F. Bauer, Zur Rolle der Mathematik in dem Physikunterricht, Berlin, Volk und Wissen Volkseigenev, Verlag, 1964.
[8] E.R. Hilgard, Wprowadzenie do psychologii, RWN, Warszawa, 1967.
[9] S. Neapolitański, Zarys dydaktyki matematyki, PZWS, Warszawa, 1958.
[10] Z. Krygowska, Zarys dydaktyki matematyki cz. II WSiP, Warszawa, 1977.
[11] E. Svoboda, Zadania fizyczne w nauczaniu matematyki, Sbornik ze seminara, Stirin, 61 (1985).
[12] J. Gucewicz-Sawicka (red.), Podstawowe zagadnienia dydaktyki matematyki, PWN, Warszawa, 1982.

MARIAN GŁOWACKI

JERZY MINISZEWSKI

PHYSICS TASKS IN THE TEACHING AND LEARNING OF MATHEMATICS

SUMMARY

In the paper, the role of the physics tasks in the teaching and learning of mathematics was presented. The correlation of the physics and mathematics by the using of the above tasks was discussed. Authors gestion of the proceeding connected with the solution of these tasks, permits best understanding of the physics and mathematics of pupils.